



黑龙江大学 2014 年硕士研究生入学考试试题签

学科、专业：物理电子学、固体电子学与微电子学

电路与系统

考试科目：自动控制数学一(理)

共 2 页

注意：请在答卷纸上回答问题，并注明题号。在本题签上答题无效

一、填空题（每空 2 分，共 12 分）

1. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{2^n} x^{2n-2}$ 的收敛域为 ()。
2. 将适当的函数填入下列括号中，使等式成立：
 $d(\quad) = 2dx$
 $d(\quad) = \cos t dt$
3. 曲线 $x = t - \sin t$, $y = 1 - \cos t$, $z = 4 \sin \frac{t}{2}$ 在点 $\left(\frac{\pi}{2} - 1, 1, 2\sqrt{2}\right)$ 处的切线方程为 ()；法平面方程为 ()。
4. 微分方程 $L \frac{d^2 Q}{dt^2} + R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = 0$ 的阶数是 ()。

二、判断分析题（共 8 分）

1. 方程 $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z = 0$ 表示什么曲面？

三、计算题（每题 10 分，共 70 分）

1. 求由平面 $y = 0$, $y = kx$ ($k > 0$), $z = 0$ 以及球心在原点、半径为 R 的上半球面所围成的在第一卦限内的立体的体积。
2. 利用格林公式，计算曲线积分 $\int_L (2xy^3 - y^2 \cos x) dx + (1 - 2y \sin x + 3x^2 y^2) dy$ ，其中 L 为在抛物线 $2x = \pi y^2$ 上由点 $(0,0)$ 到 $(\frac{\pi}{2}, 1)$ 的一段弧。
3. 求极限： $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{1}{3^k} \left(1 + \frac{1}{k}\right)^{k^2}$ 。
4. 计算极限 $\lim_{n \rightarrow 0} (1-x)^{\frac{1}{x}}$ 。
5. 利用泰勒公式求极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{x^3 + 3x^2} - \sqrt[4]{x^4 - 2x^3})$ 。
6. 求不定积分 $\int t e^{-2t} dt$ 。
7. 试求 $y'' = x$ 的经过点 $M(0,1)$ 且在此点与直线 $y = \frac{x}{2} + 1$ 相切的积分曲线。

注意：请在答卷纸上回答问题，并注明题号。在本题签上答题无效

四、证明题（每题 12 分，共 60 分）

1. 利用极限存在准则证明： $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{1 + \frac{1}{n}} = 1$ 。
2. 验证函数 $y = C_1 e^{\lambda x} + C_2 e^{-\lambda x}$ (λ, C_1, C_2 是常数) 满足关系式： $y'' - \lambda^2 y = 0$ 。
3. 若 $f(x)$ 是连续函数且为奇函数，证明 $\int_0^x f(t) dt$ 是偶函数；若 $f(x)$ 是连续函数且为偶函数，证明 $\int_0^x f(t) dt$ 是奇函数。
4. 证明：把质量为 m 的物体从地球表面升高到 h 处所做的功为： $W = \frac{mgRh}{R+h}$ ，其中 g 是地面上的重力加速度， R 是地球的半径。
5. 设 $2\sin(x+2y-3z) = x+2y-3z$ ，证明 $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = 1$ 。